प्रश्नावली 14.2

Q1. निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है :

आयु (वर्षों में)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपरोक्त आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए | दोनों केन्द्रीय प्रवृत्ति कि मापों की तुलना कीजिए और उनकी व्याख्या कीजिए |

हल :

कल्पित माध्य विधि (Assume Mean Method) :

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या (f_i)	वर्ग-चिन्ह x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
5 – 15	6	10	– 20	– 120
15 – 25	11	20	– 10	– 110
25 – 35	21 = f_0	a = 30	0	0
l = 35 – 45	23 = f_1	40	10	230
45 – 55	14 = f_2	50	20	280
55 – 65	5	60	30	150
Total	Σf_i = 80			$\Sigma f_i x_i$ = 430

बहुलक (Mode) के लिए सारणी से :

बहुलक वर्ग = 35 – 45

$\therefore l$ = 35,

बहुलक वर्ग की बारंबारता (f_1) = 23,

(f_0) = 21, (f_2) = 14,

वर्ग-आकार (h) = 10

बहुलक (Mode) = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 35 + \left(\frac{23-21}{2\,(23)-21-14}\right) \times 10$

$= 35 + \left(\frac{2}{46-35}\right) \times 10$

$= 35 + \frac{20}{11}$

$= 35 + 1.81$

$= 36.8$

कल्पित माध्य विधि से माध्य

$\Sigma f_i x_i = 430,\ \Sigma f_i = 80,\ a = 30$

माध्य $= a + \frac{\sum fidi}{\sum fi}$

$= 30 + \frac{430}{80}$

$= 30 + 5.375$

$= 35.375$

$= 35.38$

Q2. निम्नलिखित आँकड़े, 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवन काल (घंटों में) कि सूचना देते हैं :

जीवनकाल (घंटों में)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
बारंबारता	10	35	52	61	38	29

उपकरणों का बहुलक जीवनकाल ज्ञात कीजिए |

हल :

जीवनकाल (घंटों में)	बारंबारता (f_i)
0 - 20	10
20 - 40	35
40 - 60	52
60 - 80	61
80 - 100	38
100 - 120	29

वर्ग 60 - 80 की सबसे अधिक बारंबारता 61 है, अत: बहुलक वर्ग 60 - 80 है |

इसलिए, l = 60, f_1 = 61, f_0 = 52, f_2 = 38 और h = 20

बहुलक (Mode) = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

= 60 + $\left(\frac{61-52}{2\,(61) - 52 - 38}\right) \times 20$

= 60 + $\left(\frac{9}{122 - 90}\right) \times 20$

= 60 + $\left(\frac{9 \times 20}{32}\right)$

= 60 + $\left(\frac{9 \times 5}{8}\right)$

= 60 + $\left(\frac{45}{8}\right)$

= 60 + 5.625

= 65.625

अत: उपकरणों का बहुलक जीवनकाल 65.625 घंटे है |

Q3. निम्नलिखित आँकड़े किसी गाँव के 200 परिवारों के कुल मासिक घरेलू व्यय के बंटन को दर्शाते है | इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ज्ञात कीजिए | साथ ही, माध्य मासिक व्यय भी ज्ञात कीजिए |

व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या
1000 - 1500	24
1500 - 2000	40
2000 - 2500	33
2500 - 3000	28
3000 - 3500	30
3500 - 4000	22
4000 - 4500	16
4500 - 5000	7
Total (कुल)	200

हल :

व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या	x_i	xi - a	$u_i = \frac{i-}{h}$, h = 500	f_iu_i
1000 - 1500	24 = f_0	1250	- 1500	- 3	- 72
l =1500 - 2000	40 = f_1	1750	- 1000	- 2	- 80
2000 - 2500	33 = f_2	2250	- 500	- 1	- 33
2500 - 3000	28	2750 = a	0	0	0
3000 - 3500	30	3250	500	1	30
3500 - 4000	22	3750	1000	2	44
4000 - 4500	16	4250	1500	3	48
4500 - 5000	7	4750	2000	4	28
Total (कुल)	200				- 35

बहुलक (mode) के लिए:

वर्ग 1500 - 2000 की बारंबारता सबसे अधिक 40 बार है अत: l = 1500

f_1 = 40

f_0 = 24

f_2 = 33

h = 500

बहुलक (Mode) = $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 1500 + \left(\frac{40-24}{2\,(40)-24-33}\right) \times 500$

$= 1500 + \left(\frac{16}{80-57}\right) \times 500$

$= 1500 + \left(\frac{8000}{23}\right)$

$= 1500 + 347.826$

$= 1847.826$

$= 1847.83$

अत: परिवारों का बहुलक मासिक व्यय = ₹ 1847.83

माध्य (mean) के लिए पग-विचलन विधि से :

माध्य (mean), $\overline{X} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

$= 2750 + \frac{-35}{200} \times 500$

$= 2750 + \frac{-17500}{200}$

$= 2750 + \frac{-175}{2}$

$= 2750 + (-87.5)$

$= 2662.5$

अत: मासिक माध्य खर्च = ₹2662.5

Q4. निम्नलिखित बंटन भारत के उच्चतर माध्यमिक स्कूलों में, राज्यों के अनुसार, शिक्षक - विधार्थी अनुपात को दर्शाता है | इन आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए | दोनों मापकों की व्याख्या कीजिए |

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या
15 - 20	3
20 - 25	8
25 - 30	9
30 - 35	10
35 - 40	3
40 - 45	0
45 - 50	0
50 - 55	2

हल :

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$, h = 5	$f_i u_i$
15 – 20	3	17.5	– 15	– 3	– 9
20 – 25	8	22.5	– 10	– 2	– 16
25 – 30	9 = f_0	27.5	– 5	– 1	– 9
l = 30 – 35	10 = f_1	a = 32.5	0	0	0
35 – 40	3 = f_2	37.5	5	1	3
40 – 45	0	42.5	10	2	0
45 – 50	0	47.5	15	3	0
50 – 55	2	52.5	20	4	8
Total	35				– 23

उपरोक्त सारणी के अनुसार

l = 30, f_0 = 9, f_1 = 10, f_2 = 3, h = 5,

बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 30 + \left(\frac{10 - 9}{2(10) - 9 - 3}\right) \times 5$

$= 30 + \left(\frac{1}{20 - 12}\right) \times 5$

$= 30 + \left(\frac{5}{8}\right)$

$= 30 + 0.625$

$= 30.625$

बहुलक (Mode) = 30.6

माध्य (Mean) के लिए :

a = 32.5, $\Sigma f_i u_i$ = - 23, Σf_i = 35, h = 5

माध्य (mean), $\overline{X} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

$= 32.5 + \left(\frac{-23}{35}\right) \times 5$

$= 32.5 + \left(\frac{-23}{7}\right)$

$= 32.5 + (-3.28)$

$= 32.5 - 3.28$

$= 29.22$

अत: आंकड़ों का माध्य = 29.22 और बहुलक (Mode) = 30.6

Q5. दिया हुआ बंटन विश्व के कुछ श्रेष्टतम बल्लेबाज़ों द्वारा एकदिवसीय अंतराष्ट्रीय क्रिकेट मैचों में बनाए गए रनों को दर्शाता है :

बनाए गए रन	बल्लेबाज़ों की संख्या
3000 - 4000	4
4000 - 5000	18
5000 - 6000	9
6000 - 7000	7
7000 - 8000	6
8000 - 9000	3
9000 - 10,000	1
10,000 - 11,000	1

इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए |

हल :

बनाए गए रण	बल्लेबाजों की संख्या
3000 – 4000	4 = f_0
l = 4000 – 5000	18 = f_1
5000 – 6000	9 = f_2
6000 – 7000	7
7000 – 8000	6
8000 – 9000	3
9000 – 10000	1
10000 – 11000	1

वर्ग 4000 – 5000 की आवृति सबसे अधिक बार हुई है इसलिए,

बहुलक वर्ग 4000 – 5000 है और

l = 4000, f_1 = 18, f_0 = 4, f_2 = 9 और h = 1000

बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 4000 + \left(\frac{18 - 4}{2(18) - 4 - 9}\right) \times 1000$

$= 4000 + \left(\frac{14}{36 - 13}\right) \times 1000$

$= 4000 + \left(\frac{14000}{23}\right)$

$= 4000 + 608.695$

$= 4608.695$

अत: दिए गए आँकडों का बहुलक (mode) = 4608.695 रन

Q6. एक विधार्थी ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई करों कि संख्याएँ नोट कि और उन्हें नीचे दी हुई सारणी के रूप में व्यक्त किया | सारणी में दिया प्रत्येक प्रेक्षण 3 मिनट के अंतराल में उस स्थान से होकर जाने वाली करों कि संख्याओं से संबंधित है | ऐसे 100 अंतरालों पर प्रेक्षण लिए गए | इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए |

कारों की संख्या	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
बारंबारता	7	14	13	12	20	11	15	8

हल :

वर्ग 40 – 50 की आवृति सबसे अधिक 20 बार हुई है इसलिए,

बहुलक वर्ग 40 – 50 है और

$l = 40$, $f_1 = 20$, $f_0 = 12$, $f_2 = 11$ और $h = 10$

बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 40 + \left(\frac{20 - 12}{2(20) - 12 - 11}\right) \times 10$

$= 40 + \left(\frac{8}{40 - 23}\right) \times 10$

$= 40 + \left(\frac{80}{17}\right)$

$= 40 + 4.7$

$= 44.7$

अत: दिए गए आँकडों का बहुलक (mode) = 44.7 कारें |